



Cours Mathématiques financières



Auteur : C. Terrier ; <mailto:webmaster@cterrier.com> ; <http://www.cterrier.com>
 Utilisation : Reproduction libre pour des formateurs dans un cadre pédagogique et non commercial

3. Financement et emprunts

3.1. Les emprunts

Les investissements sont généralement financés par des emprunts, qui sont ensuite remboursés par annuités ou mensualités. Une annuité est constituée de **l'amortissement** de l'emprunt (part remboursée) + **l'intérêt** qui est calculé sur la somme prêtée au cours de la période.

Il existe deux modes de calcul des remboursements : l'amortissement constant (peu utilisé) et l'annuité constante

□ **Amortissement constant (annuité dégressive)**

Amortissement = Emprunt/nombre annuité.

Intérêt = Emprunt restant à amortir x Taux d'intérêt

Annuité = Amortissement + Intérêt

Valeur net = Emprunt restant d'en début de période – Amortissement de l'année

Exemple illustré :

Le 1 janvier un emprunt de 20 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 4 ans ; taux 5 %, L'amortissement est constant ; l'annuité dégressive

Années	Emprunt restant dû	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette
Année 2	20 000 €	1 000 €	5 000 €	6 000 €	15 000 €
Année 3	15 000 €	750 €	5 000 €	5 750 €	10 000 €
Année 4	10 000 €	500 €	5 000 €	5 500 €	5 000 €
Année 5	5 000 €	250 €	5 000 €	5 250 €	0 €

$1\ 000 = 20\ 000 \cdot 5\%$
 $5\ 000 = 20\ 000 / 4$
 $6\ 000 = 5\ 000 + 1\ 000$
 $15\ 000 = 20\ 000 - 5\ 000$

Exercice 1

Le 1^{er} janvier un emprunt de 50 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 5 ans ; taux 10 %, L'amortissement est constant ; l'annuité dégressive

Années	Emprunt restant dû	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

Cette solution est facile à mettre en œuvre mais aboutit à des annuités (ou mensualités) qui changent à chaque remboursement ce qui n'est pas pratique pour la personne qui doit payer.

Exercice 3

Le 1 janvier un emprunt de 200 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 8 ans ; taux 12 %

Travail à faire :

1 - Faire le tableau des annuités de cet emprunt en envisageant les deux possibilités de remboursement.

Annuités dégressives

Années	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

Annuités constantes

Années	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

1 - Faire le tableau des annuités de cet emprunt en envisageant les deux possibilités de remboursement.

2 – Programmer sur Excel le tableau d’annuité constante

❑ **Mensualités constantes**

Pour calculer des mensualités vous devez :

- remplacer le taux annuel par le taux mensuel : **taux mensuel = taux annuel / 12**
- remplacer la durée exprimée en année par une durée exprimée en mois : **n X 12**

Formule de calcul de la mensualité : $m = C \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$

Exemple illustré : Mensualités,

Le 1^{er} janvier un emprunt de 20 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 4 ans ; taux 5 %, L'amortissement est variable ; la mensualité constante

Taux d'intérêt = 5 % => 0,05 / 12 = 0,004166
 Nombre de mois = 4 ans * 12 = 48 mensualités
 Formule de calcul :

	A	B	C	D	E	F
1	Montant HT	20 000,00 €				
2	Taux mensuel = 5/12	0,416666667				
3	Nbre période = 4*12	48				
4	Mensualité	460,59 €	=20000*0,004166666/(1-(1,00416666)^-48)			
5						
6	Mois	Base	Interêt	Amortissement	Mensualités	Va. Fin
7	janvier	20 000,00 €	83,33 €	377,25 €	460,59 €	19 622,75 €
8	février	19 622,75 €	81,76 €	378,82 €	460,59 €	19 243,92 €
9	mars	19 243,92 €	80,18 €	380,40 €	460,59 €	18 863,52 €
10	avril	18 863,52 €	78,60 €	381,99 €	460,59 €	18 481,53 €

83,33 = 20000*0,004166

377,25 = 460,59-83,33

19622,75=20000-377,25

Exercice 4

Le 1^{er} janvier un emprunt de 100 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 3 ans ; taux 9 %

Travail à faire :

- 1 – Présenter les 3 premières lignes du tableau d'emprunt (mensualités constantes)
- 2 – Programmer ce tableau sous Excel

Mois	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Mensualité	Valeur nette

❑ **Trimestrialités, semestrialités**

Trimestrialité :

- Remplacer le taux annuel par le taux trimestriel : **taux mensuel = taux annuel / 4**
- Remplacer la durée exprimée en année par une durée exprimée en trimestre : **n X 4**

Exemple :

Le 1 janvier un emprunt de 20 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 4 ans ; taux 5 %, Taux d'intérêt = 5 % => 0,05 / 4 = 0,0125
 Nombre de trimestres = 4 ans * 4 = 16 trimestres
 Formule de calcul : 20000*0,0125/(1-(1,0125)^-16)

Semestrialités :

- Remplacer le taux annuel par le taux semestriel : **taux mensuel = taux annuel / 2**
- Remplacer la durée exprimée en année par une durée exprimée en semestre : **n X 2**

Exemple :

Le 1 janvier un emprunt de 20 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 4 ans ; taux 5 %,
 Taux d'intérêt = 5 % => $0,05 / 2 = 0,025$
 Nombre de semestres = 4 ans * 2 = 8 semestres
 Formule de calcul : $20000 * 0,025 / (1 - (1,025)^{-8})$

Attention

Dans les exercices précédents vous avez calculé du tableau d'amortissement à partir d'un montant d'emprunt donné. Un piège fréquent dans les sujets d'examen consiste à vous demander de calculer le montant du prêt.

Exemple :

Une société souhaite acheter une machine dont le prix d'achat est de 200 000 € TTC. Elle a fait une demande auprès de sa banque qui accepte de financer au maximum 80 % du montant arrondi au millier supérieur. Calculer le montant du prêt.

Solution

Le montant de la machine doit être pris pour sa valeur HT car la TVA est récupérée par l'entreprise.

- Montant HT = $200\ 000 / 1,196 = 167\ 224,08$ € HT
- Prêt maximum de 80 % de l'investissement => $167\ 224,08 * 80\% = 133\ 779,26$
- Arrondi au millier supérieur => **134 000,00 €**

Exercice 5 : Sujet BTS AG

La société Amphénol a décidé d'acheter un robot industriel pour réduire les temps de productions. Elle envisage de le financer par un emprunt bancaire aux conditions suivantes :

- Autofinancement exigé par la banque : 20 % du montant HT de l'investissement
- Durée : 4 ans
- Taux annuel : 9 %
- Remboursement : mensualité constante
- Prix total TTC = 126 630 € (TVA à 19,6 %)

Formule de calcul de la mensualité : $m = C \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$ (taux mensuel = taux annuel / 12)

Présenter les quatre premières lignes du tableau d'amortissement.

Années	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

3.2 Choix de financement

Pour choisir entre deux solutions de financement la solution consiste à calculer les coûts financiers de chaque solution et de les comparer. La solution retenue sera celle dont le coût est le plus faible.

Dans le cadre de cet exemple nous travaillerons sans actualiser les sommes. Cette option sera étudiée dans le dossier suivant.

Exercice 6

Une société a le choix pour financer un investissement entre deux prêts proposé par deux banques :

Prêt 1 : BNP Paribas

Montant : 150 000 € au taux de 6 % sur une durée de 6 ans remboursables par annuité constante

Prêt 2 : CIC Lyonnaise de banque

Montant : 150 000 € au taux de 7 % sur une durée de 5 ans remboursables par annuité constante

Quel est la meilleure solution ? (dans le cadre de cet exercice nous ne tiendrons pas compte de l'actualisation des sommes)

Prêt 1

Années	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

Prêt 1

Années	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

Solution :