



Cours Mathématiques financières



Auteur : C. Terrier ; <mailto:webmaster@cterrier.com> ; <http://www.cterrier.com>
 Utilisation : Reproduction libre pour des formateurs dans un cadre pédagogique et non commercial

3 – Financement et emprunts

Les investissements sont généralement financés par des emprunts, qui sont ensuite remboursés par annuités ou mensualités. Une annuité est constituée de **l'amortissement** de l'emprunt (part remboursée) + **l'intérêt** qui est calculé sur la somme prêtée au cours de la période.

Il existe deux modes de calcul des remboursements : l'amortissement constant (peu utilisé) et l'annuité constante

□ **Amortissement constant (annuité dégressive)**

Amortissement = Emprunt/nombre annuité.

Intérêt = Emprunt restant à amortir x Taux d'intérêt

Annuité = Amortissement + Intérêt

Valeur net = Emprunt restant d'en début de période – Amortissement de l'année

Exemple illustré :

Le 1 janvier un emprunt de 20 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 4 ans ; taux 5 %, L'amortissement est constant ; l'annuité dégressive

Années	Emprunt restant dû	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette
Année 2	20 000 €	1 000 €	5 000 €	6 000 €	15 000 €
Année 3	15 000 €	750 €	5 000 €	6 000 €	10 000 €
Année 4	10 000 €	500 €	5 000 €	6 000 €	5 000 €
Année 5	5 000 €	250 €	5 000 €	6 000 €	0 €

$1\ 000 = 20\ 000 \cdot 5\%$

$5\ 000 = 20\ 000 / 4$

$6\ 000 = 5\ 000 + 1\ 000$

$15\ 000 = 20\ 000 - 5\ 000$

Exercice 1

Le 1 janvier un emprunt de 50 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 5 ans ; taux 10 %, L'amortissement est constant ; l'annuité dégressive

Années	Emprunt restant dû	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

Cette solution est facile à mettre en œuvre mais aboutit à des annuités (ou mensualités) qui changent à chaque remboursement ce qui n'est pas pratique pour la personne qui doit payer.

Exercice 3

Le 1 janvier un emprunt de 200 000 €. est contracté auprès de la banque. Durée 8 ans ; taux 12 %

Travail à faire :

1 - Faire le tableau des annuités de cet emprunt en envisageant les deux possibilités de remboursement.

Annuités dégressives

Années	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

Annuités constantes

Années	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

1 - Faire le tableau des annuités de cet emprunt en envisageant les deux possibilités de remboursement.

2 – Programmer sur Excel le tableau d’annuité constante

□ **Mensualités constantes**

Pour calculer des mensualités vous devez

- Remplacer le taux annuel par le taux mensuel : **taux mensuel = taux annuel / 12**
- Remplacer la durée exprimée en année par une durée exprimée en mois : **n X 12**

Formule de calcul de la mensualité : $m = C \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$

Exemple illustré :

Le 1 janvier un emprunt de 20 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 4 ans ; taux 5 %, L'amortissement est constant ; l'annuité dégressive

Taux d'intérêt = 5 % => 0,05 / 12 = 0,004166
 Nombre de mois = 4 ans * 12 = 48 mensualités

Formule de calcul : $20000 \times 0,004166 / (1 - (1,004166)^{-48})$

	A	B	C	D	E	F
1	460,59 €					
2						
3	Année	Base	Intérêt	Amortissement	Annuité	val fin
4	1	20 000,00 €	83,33 €	377,25 €	460,59 €	19 622,75 €
5	2	19 622,75 €	81,76 €	378,82 €	460,59 €	19 243,92 €
6	3	19 243,92 €	80,18 €	380,40 €	460,59 €	18 863,52 €
7	4	18 863,52 €	78,60 €	381,99 €	460,59 €	18 481,53 €

$83,33 = 20000 \times 0,004166$

$377,25 = 460,24 - 83,33$

$19622,75 = 20000 - 377,22$

Exercice 4

Le 1 janvier un emprunt de 100 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 3 ans ; taux 9 %

Travail à faire :

- 1 – Présenter les 3 premières lignes du tableau d'emprunt (mensualités constantes)
- 2 – Programmer ce tableau sous Excel

MENSUALITE CONSTANTE

Mois	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette

Exercice 5 : Sujet BTS AG

La société Amphénol a décidé d'acheter un robot industriel pour réduire les temps de productions. Elle envisage de le financer par un emprunt bancaire aux conditions suivantes :

- Autofinancement exigé par la banque : 20 % du montant HT de l'investissement
- Durée : 4 ans
- Taux annuel : 9 %
- Remboursement : mensualité constante
- Prix total TTC = 126 630 € (TVA à 19,6 %)

Formule de calcul de la mensualité : $m = C \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$ (taux mensuel = taux annuel / 12)

Présenter les quatre premières lignes du tableau d'amortissement.

Années	Emprunt restant du	Intérêt	Amortissement	Annuité	Valeur nette